**UNADM**

15

**Funciones Características**

**[Escribir el subtítulo del documento]**

**ExpeUEW7**

1. Introducción. En este trabajo se discuten ciertas propiedades de característica funciones. Teorema 1 da una condición suficiente en la función característica de una distribución con el fin de que deben existir los momentos de la distribución. La existencia de los momentos es generalmente probada bajo el supuesto de que la característica función es diferenciable [4]. La condición del teorema 1 es algo más general y la prueba más corta y más elemental. Los teoremas restantes se ocupan de funciones características analíticas, y de nuevo algunos resultados conocidos son demostrados de una manera simple. Algunas aplicaciones se discuten; en particular, es demostrado que una función característica analítica de una ley infinitamente divisible puede no tienen ceros dentro de su franja de convergencia. Esta propiedad se utiliza para la construcción un ejemplo donde se factoriza una ley infinitamente divisible (la distribución de Laplace) en dos factores noninfinitely divisibles.

Teorema de existencia. Sea F(x) una distribución de Probabilidad, que sea, un nunca desicrementa, función continua por la derecha tal que y . La transformada de Fourier de , que es la función:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( |

Es llamada la función característica de la distribución . La Función característica existe para los valores reales de t para cualquier distribución, pero la integral (1.1) no siempre existe para complejo t. En este trabajo se trata en su mayoría con características funciones que son analíticas en un entorno del origen.

Para cualquier función arbitraria , nosotros denotamos en la siguiente la primera diferencia finita por

y definir las diferencias más altas por

para , Se puede entonces fácilmente demostrarse que

En particular la funcion nosotros tenemos que

Primero se prueba dos lemas.

Lema 1. Sea la función característica de la probabilidad de la función de distribución , y sea sea la diferencia cociente en el origen. Se asume que

Entonces el momento de la distribución existe, al igual que todos los momentos de orden .

Lema 2. En los supuestos de Lema 1, existen los derivados para todo y para y

Por otro lado, para

Prueba. La suposición del Lema 1 significa que hay una constante de tal manera que

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (1.2) |

Para es visto que para

Nosotros tenemos

Y

Nosotros vemos (1.2) queda de la forma

Y por lo tanto

Para algún finito a. Sigue luego que la th momento

Existe y que Sea el siguiente sea una integral positiva tal que luego si , y

Asi que los momentos de cada orden existe también. Por otra parte

Para algún a y b. Esto muestra que los momentos de orden impar no exceden , y por ende también existe. Esto prueba el lema 1.

Para la existencia de momentos nosotros observamos inmediatamente que exista y converja absolutamente y uniformemente para todos los reales y De ello se desprende entonces de un teorema de que existen todos los derivados y se obtienen diferenciando bajo el signo integral. Esto demuestra el Lema 2.

Teorema 1. Sea sea la función característica de distribución , y se asume que, para una finita secuencia de cada integral

Es finito {no necesariamente limitada) para Entonces todos los momentos de la distribución de existir; y se pueden diferenciar de todos los bienes cualquier número de veces, con

Existen Corolario 1. Todos los derivados de la función característica en el origen, a continuación, existen todos los momentos de la distribución.

3. Funciones Características Analíticas. A partir de ahora se asume que la función característica coincide con una función analítica en alguna vecindad en el origen. Luego los supuestos d los colirios se satisfacen, todo momento existe, y la función característica tiene la expansión

Donde es el radio de convergencia de las series.

Nosotros escribimos

para la parte incluso de y

Para la parte impar de , entonces las dos series

Converge también en círculos cerca del origen. Denotamos el radio de convergencia de las serie por y .

Si nosotros anotamos la momento absoluto por

Y se observa que

Nosotros observamos que

Con esto demostramos que

Nosotros vemos que en la desigualdad anterior y que esta serie converge para . Para lema 2 nosotros vemos, para cualquier real que

Por tanto, si denotamos el radio de convergencia de la serie de Taylor de alrededor por , a continuación.